Малютина, Т.И. Об одном аналоге теоремы Римана-Лебега [Текст] / Т.И. Малютина // Ministry of Education Youth and Sports Science of Ukraine, Donetsk, National University International Conference in Model analysis, Abstracts(jyne 20-23, 2011) : сборник тезисов международной конференции по современному анализу. - Donetsk, 2011. - С. 75.

Об одном аналоге теоремы Римана-Лебега

Т. И. Малютина (Сумы, Украина)

malyutinkg@yahoo.com

В классической лемме Римана-Лебега [1] утверждается, что коэффициенты Фурье $\hat{f}(n)$ функции $f \in \mathbf{L}_1([0, 2\pi])$ стремятся к нулю когда $|n| \to \infty$. Это фундаментальное утверждение допускает различные обобщения, одно из которых мы формулируем в виде леммы.

Лемма. *Пусть* $f(t) \in \mathbf{L}_1([a, b])$, $0 \le a < b \le \infty$ *и пусть* $\sigma > 1$. *Тогда*

$$\lim_{r\to\infty} \int_a^b f(t) \exp\left(i|\ln rt|^\sigma\right) dt = 0\,.$$

Замечание. Лемма остаётся справедливой если ядра $\exp\left(i|\ln rt|^\sigma\right)$ заменить на $\exp(i\varphi(rt)\ln rt)$, где φ – гладкая возрастающая функция на полуоси $[0, \infty)$ такая, что $\lim\limits_{t\to\infty} \varphi(t) = \infty$.

В лемме, как и в лемме Римана-Лебега, не оценивается скорость стремления к нулю интеграла. Это и в принципе невозможно сделать при ограничении $f \in \mathbf{L}_1([a, b])$. При дополнительных ограничениях на гладкость функции f с помощью интегрирования по частям можно получить более детальную информацию об асимптотическом поведении интеграла. Применение этой леммы позволяет получить одночленную асимптотическую формулу для интегралов с абсолютно непрерывной функцией $f(t)$.

[1] Р. Эдвардс, Ряды Фурье в современном изложении, I, *М.: Мир*, 1985, 262 с.